2)

$$|z'| = \left|\frac{z+1}{z-2i}\right| = \frac{BM}{AM} \qquad Arg(z') \equiv Arg\left(\frac{z+1}{z-2i}\right)(2\pi)$$

$$\equiv \left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}\right)(2\pi)$$

$$\equiv \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right)(2\pi)$$

3)

a) z' est un réel strictement négatif si seulement si : $Arg\ z' \equiv \pi(2\pi) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right) \equiv \pi(2\pi)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ colinéaire est de sens contraires.

L'ensemble E=[AB]\{A,B}.

b) z' est imaginaire non nul $\Leftrightarrow Arg\ z' \equiv \frac{\pi}{2}(\pi) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}(\pi)$

F est le cercle de diamètre [AB] privé de A et B.

c) $M' \in C(0,1) \Leftrightarrow |z'| = 1 \frac{BM}{AM} = 1 \Leftrightarrow AM = BM$

G est la médiatrice du segment [AB].

EX 27 : $z = e^{i\theta} - i; \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

1) $z_M = z = e^{i\theta} - i$ et $z_{M'} = \bar{z} = e^{-i\theta} + i$

OMNM' est un parallélogramme ssi

$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'} \Leftrightarrow aff\left(\overrightarrow{ON}\right) = aff\left(\overrightarrow{OM}\right) + aff\left(\overrightarrow{OM'}\right) \Leftrightarrow z_N = z + \bar{z} \Leftrightarrow z_N = e^{i\theta} + e^{-i\theta} \Rightarrow \boxed{z_N = 2.\cos\theta}$

Dans ce cas : $OM = OM' = |z|$ d'où OMNM' est losange.

2)

a)

$$z = e^{i\theta} - i = e^{i\theta} + e^{-i\frac{\pi}{2}} = e^{i\left(\frac{\theta - \frac{\pi}{2}}{2}\right)} \cdot \left[e^{i\left(\frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{2}\right)} + e^{-i\left(\frac{\theta + \frac{\pi}{2}}{2}\right)}\right] = e^{i\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \cdot \left[2\cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$ D'après

formules d'Euler

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn